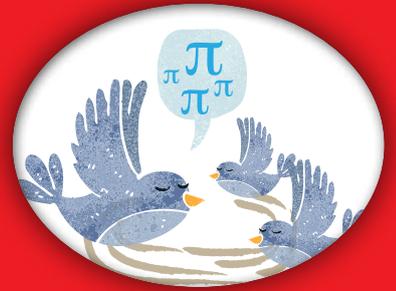




TORNEO

# Literatura y Matemática



PROBLEMAS Y MISCELÁNEAS N° 1 • C.A.B.A 10/2013



Recordando a nuestra querida profesora

**Margarita Oria de Chouhy Aguirre**

## Hermanos de Juego

Aquí hay cuatro parejas de hermanos. Has de saber que los Ribeiro practican el mismo deporte, los Ferrer llevan el mismo número de camiseta, en la familia Urrutia no hay hijos varones y a los García les gusta el cine. ¿Puedes diferenciarlos?



Aitana Carlos Rober Andrés Rafa Kuka Poli Jara



Una tableta contiene un 20% de aspirina, un 40% de vitamina C y un 40% de excipiente. Si una pastilla pesa 2 gr, ¿cuánto contiene de cada componente?



Observa el octaedro y el cubo ensamblados que tienen en común los puntos medios de las aristas. Si la arista del cubo mide 6 cm, calcula:

- La arista del octaedro.
- El volumen de la parte del cubo exterior al octaedro.
- El de la parte del octaedro exterior al cubo.
- El de la intersección de ambos poliedros.



## PEQUEÑA HISTORIA

Galileo se ocupó también de probabilidades. He aquí una pequeña historia. En su época estaba de actualidad el juego de dados “llamado del pasadiez” que consiste en lanzar 3 dados al azar y sumar los puntos resultantes. Si la suma supera a 10, el jugador gana, y si es igual o menor que 10, pierde.

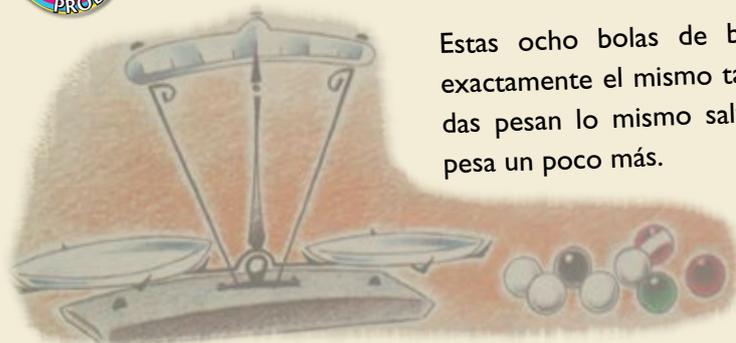
Para averiguar si el juego es equitativo, es decir, si la probabilidad de ganar y la de perder son iguales, el cálculo directo es largo y pesado, pues hay  $6^3 = 216$  casos posibles y el cálculo de los casos favorables (que son 108, tanto para ganar como para perder) es fastidioso. Sin embargo, se puede proceder por un camino fácil. En efecto, como los puntos de los dados situados en caras opuestas suman siempre 7, la suma de las caras superiores, más la suma de los puntos de las caras inferiores será  $3 \cdot 7 = 21$ . Por tanto, si la suma de las caras superiores) que es la suma obtenida por el jugador) vale más de 10, la suma de los puntos de las caras inferiores debe ser igual o menor de 10 y recíprocamente, o sea, a cada caso favorable corresponde otro no favorable, lo cual quiere decir que los dos están en igual número y que las probabilidades de ganar o perder son las mismas (iguales, por tanto, a  $1/2$ ).

Esto es muy fácil y no preocupaba a Galileo ni a los jugadores de su tiempo. Lo que preocupaba a un jugador,



## Una Pesa Más

Estas ocho bolas de billar tienen exactamente el mismo tamaño y todas pesan lo mismo salvo una, que pesa un poco más.



¿Cuántas pesadas necesitarías hacer para descubrir, con absoluta seguridad, la bola que más pesa?

Dicen que puede hacerse en dos pesadas.

¿TÚ qué opinas?

y llevó la preocupación a Galileo, era que, experimentalmente, resultaba que la probabilidad de obtener la suma 10 era mayor que la de obtener la suma 12, a pesar de que ambos números se pueden obtener por 6 combinaciones, a saber: para 10 (1+3+6, 1+4+5, 2+2+6, 2+3+5, 2+4+4, 3+3+4) y para 12 (1+5+6, 2+4+6, 2+5+5, 3+3+6, 3+4+5, 4+4+4).

Galileo explicó el hecho observando que tales combinaciones no son igualmente probables, pues por ejemplo, 1+3+6 se puede obtener de 6 maneras diferentes (1+3+6, 1+6+3, 3+1+6, 3+6+1, 6+1+3, 6+3+1), mientras que otras como 4+4+4 pueden obtenerse de una sola manera. Si se cuentan las distintas maneras de obtener las sumas anteriores permutando el orden de los sumandos de todas las maneras posibles, resulta que la suma 10 tiene 27 posibilidades, mientras que la suma 12 tiene solamente 25 posibilidades. Las probabilidades respectivas son, por tanto

$$p(10) = 27/216 = 0,125, \quad p(12) = 25/216 = 0,1157,$$

de acuerdo con lo experimentado por el jugador. Es curioso cómo una diferencia tan pequeña pudiera ser apreciada experimentalmente por un jugador.

14

PROBLEMA

El sonido recorre 340 metros por segundo. Durante una tormenta se ha oído el trueno 13 seg. después de verse el relámpago. ¿A qué distancia se produjo el rayo?

De cierto taxi sabemos que cobra el viaje de 24 cuadras \$12 y el de 40 cuadras \$20. ¿Cuál es el precio de bajada de bandera y cuál el de la ficha?

2.12

PROBLEMA

## EL LADRÓN GOLOSO

Un señor sale de la pastelería (A) con dos tartas y pretende llegar a su casa (B). En cada cruce hay un ladrón goloso que le roba la mitad de lo que lleva. Si fueras tú, ¿por dónde irías? ¿Con qué llegarías a casa?



2.5

PROBLEMA

## Culpa del Editor



Algunas décadas antes de que Fermat y Pascal estudiaran los problemas que planteaba su amigo el jugador, Galileo Galilei había resuelto en uno de sus libros un problema parecido sobre el juego de dados. Pero nadie lo supo hasta un tiempo después.

Un error del editor hizo que la primera vez que se publicó la obra de Galileo, en 1656, se omitiera el capítulo dedicado a los dados (que sí se incluyó en una segunda edición en 1718).

Por culpa de ese fallo del editor, Pascal y Fermat han pasado a la historia como los primeros matemáticos que redactaron resultados sobre problemas de probabilidades cuando ese lugar le correspondería a Galileo.

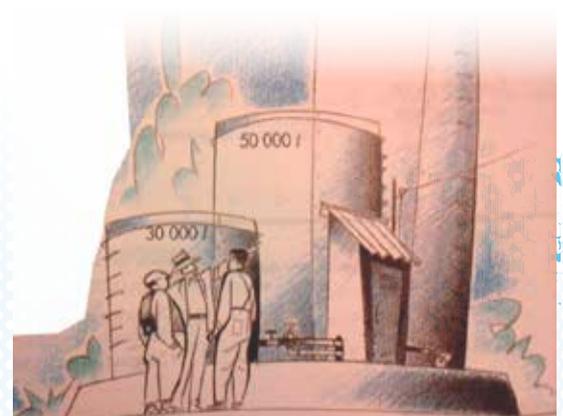
## Medir con Ingenio



Luis, Lucio y Leo quieren regar sus campos con el agua del depósito grande (los otros dos están vacíos). Han acordado que Luis se llevará el 50%, Lucio el 25% y Leo el resto. Por supuesto, tienen bombas para trasegar agua, pero no disponen de medidas. Sólo saben la capacidad de los tres depósitos.

¿Cómo lo harán?

En el momento que se sepa la cantidad que corresponde a alguno de ellos, ésto puede verterse al campo correspondiente.



Un auto huye en dirección a la frontera a 160 km por hora. Cuando faltan 8 km para que alcance la frontera la policía comienza su persecución 1,5 km detrás de él. ¿A qué velocidad debe ir la policía para no dejar escapar al fugitivo?



Un cometa pasa cerca de la Tierra cada 76 años y otro se puede ver desde la tierra una vez cada 12 años. Ambos fueron vistos juntos en 2002. ¿En qué año se verán juntos otra vez?

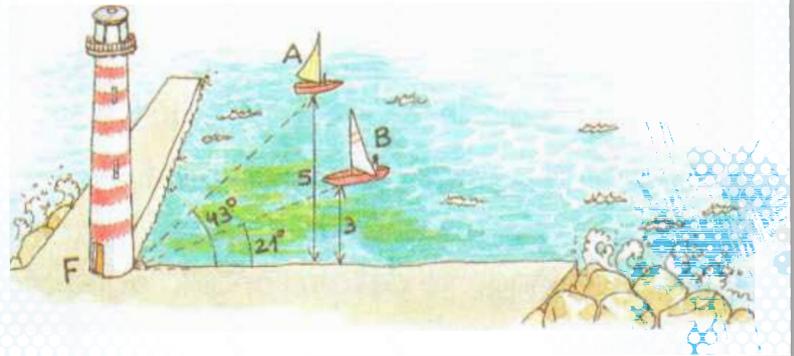
## Galileo

Galileo Galilei (1564-1642) es considerado el padre de la ciencia moderna. Fue el primer científico del Renacimiento italiano que insistió en que la "experimentación" debía ser la base de todo conocimiento. Así, le interesó más establecer las leyes del péndulo, midiendo cómo ellas tenían lugar, que discutir teóricamente por qué ocurrían de tal o cual manera. Defendió también las ideas de Copérnico (1473-1543) sobre el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, contrariamente a las leyes anteriores de Claudio Ptolomeo (siglo II), según las cuales eran el Sol y los demás astros los que giraban alrededor de la Tierra. Sustituyó, así el sistema geocéntrico de Ptolomeo por el heliocéntrico de Copérnico. También estudió Galileo las leyes de la caída de los cuerpos, lanzando varias esferas de igual tamaño y distinto material desde lo alto de la torre de Pisa y midiendo el tiempo que tardaban en llegar al suelo.



Desde el faro F se observa el barco A bajo un ángulo de  $43^\circ$  con respecto a la línea de la costa, y el barco B bajo un ángulo de  $21^\circ$ . El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km.

Calcula la distancia entre los barcos.



## El Sultán no sabía probabilidades

Se cuenta la historia de un sultán que quería que en su país nacieran muchas más mujeres que hombres.

Para conseguirlo dictó una ley según la cual en cuanto una mujer tuviese un hijo varón se le prohibiría tener más descendencia. En cambio, si daba a luz una niña podía seguir teniendo hijos.

"Con esta nueva ley, veremos mujeres con cuatro hijas y un solo hijo, con diez hijas y un hijo, otras con un hijo único... Obviamente, aumentará la proporción de mujeres respecto a los hombres", explicó el sultán.

### ¡Menudo error!

Pero se equivocaba. Piensa en todas las mujeres que tuvieron un descendiente: la mitad tuvieron niños y la mitad niñas. Estas últimas volvieron a quedar embarazadas y a dar a luz. De nuevo la mitad de los nacidos fueron niños y la otra mitad niñas..., y así sucesivamente.

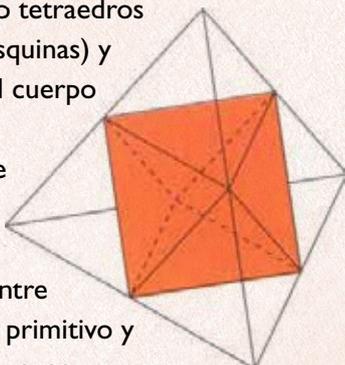
Así que, para desesperación del sultán, la relación entre niños y niñas siguió siendo la misma.



Al cortar un tetraedro por los planos definidos mediante los puntos medios de las tres aristas que concurren en cada vértice, se obtienen cuatro tetraedros menores (las esquinas) y un octaedro (el cuerpo resultante).

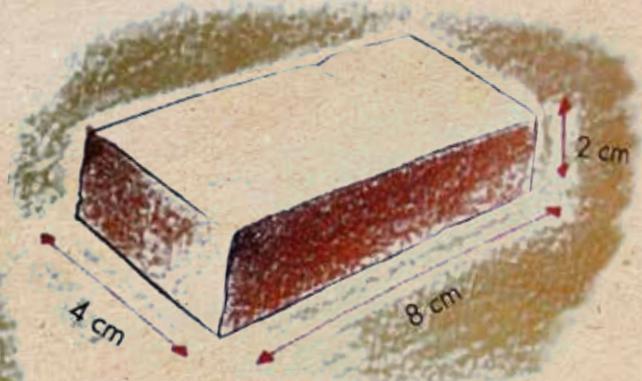
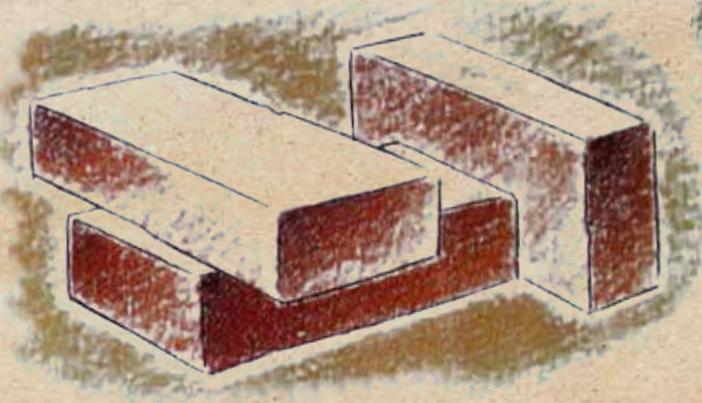
Si la arista mide 5 cm, calcula:

- la razón de semejanza entre el tetraedro primitivo y uno de los nuevos.
- El volumen de cada pieza en que se ha dividido la figura original.





¿Cuántos bloques como estos, todos iguales, son necesarios, como mínimo, para construir un cubo?



Dibuja el cubo y di la longitud de su arista.

Halla un número de tres cifras que cumpla estas condiciones:



- a) Sus cifras son números consecutivos.
- b) Si al cuadrado de la cifra de las centenas le restas el cuadrado de las cifras de las decenas, obtienes el cuadrado de las cifras de las unidades.



Varios amigos alquilan un apartamento en la playa por \$70.000. Si hubieran sido dos más, habrían pagado cuatro mil pesos menos cada uno.

¿Cuántos amigos son?

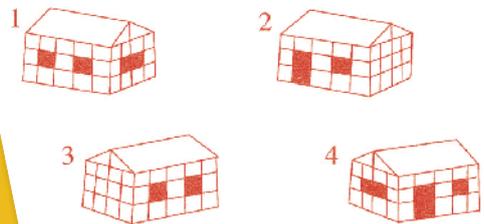
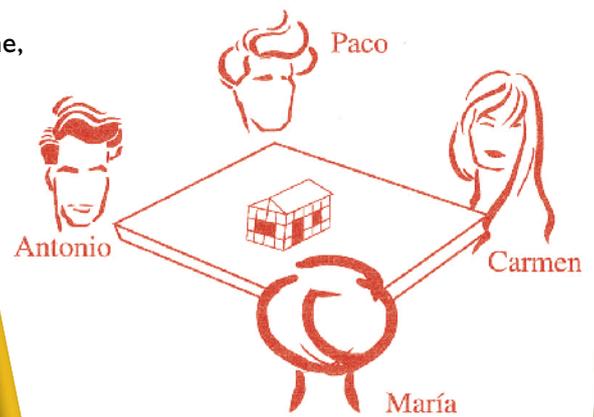


Una escultura está colocada sobre un pedestal de 1,5 m de altura. Desde un punto del suelo se ve la escultura bajo un ángulo de  $42^\circ$  y el pedestal bajo un ángulo de  $18^\circ$ .

Calcula la altura de la escultura



¿Cuál es la visión de la maqueta de esta casa que tiene, respectivamente, cada una de estas personas?



Llamamos inflación a la pérdida de valor del dinero; es decir si un artículo costó \$ 100, al cabo de un año cuesta \$ 115, la inflación habrá sido del 15%. Supongamos una inflación constante del 15% anual.

¿Cuánto costará dentro de 5 años un terreno que hoy cuesta \$ 5 millones?



Se sabe que la concentración en sangre de cierto tipo de anestesia viene dada por la fórmula  $y = 100 \cdot (0,94)^t$ , donde 100 es la dosis inicial en mg y  $t$  los minutos desde que se administró.

- ¿Qué cantidad de anestesia tiene el paciente al cabo de 10 minutos? ¿Y de una hora? Representa la función.
- Se va a realizar una operación que durará media hora y, para que se desarrolle bien, es necesario que la cantidad de anestesia en el paciente no sea inferior a 28 mg. ¿Al cabo de cuántos minutos hay que inyectarle de nuevo?
- ¿Será suficiente que la segunda dosis sea de 50 mg para terminar la operación?



En un cultivo de bacterias, que se reproducen por bipartición cada hora, había inicialmente  $10^3$  de estos microorganismos.

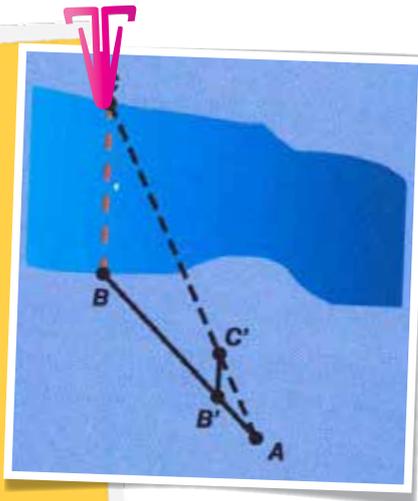
- Escribe la fórmula de la función exponencial que refleja esta situación.
- Los investigadores quieren estudiar el ritmo de crecimiento cada cuarto de hora. Expresa el número de bacterias que habrá según el número de cuartos de hora transcurridos.

Ten en cuenta que:

$$2^{\frac{1}{4}} = (2^{\frac{1}{4}})^t; (1189)^t$$

**2.15**  
PROBLEMA

Hugo y Gustavo quieren correr una carrera cruzando el río nadando, y para que sea divertida buscan un lugar donde el ancho del río sea más de 50 m. Gustavo recordó que este dibujo podía ayudar y puso estacas A, B, B' y C' en la costa. Hugo se encargó de contar los pasos. Desde A hasta B hay 120 pasos, desde A hasta B' hay 25 pasos y desde B' hasta C' hay 17 pasos. ¿Qué opinan... tiene el río en esa parte más de 5 m de ancho?



**1.9**  
PROBLEMA

Escribe un número cualquiera. Resta, de él, la suma de sus cifras. Tacha, de la diferencia obtenida, una cifra cualquiera distinta de cero. Si me dices la suma de las cifras restantes te adivinaré la cifra tachada. ¿Por qué? Construye un ejemplo.

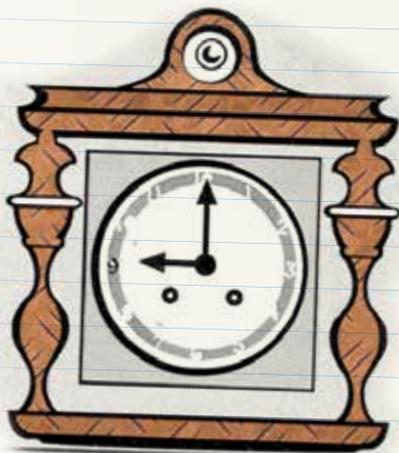
**2.18**  
PROBLEMA

Un millón de pesos se coloca al 8% de interés anual. ¿En cuánto se convierte al cabo de 3 años? ¿Y al cabo de 5 años?

**1.3**  
PROBLEMA

Desde el lugar donde Eva se sienta a comer se puede ver, reflejado en el espejo, el reloj del pasillo. En el momento que se oyeron tres campanadas miró en el espejo y se vio la siguiente imagen:

¿Qué hora era?



**1.11**  
PROBLEMA

Descomponer el número 500 en dos partes, de modo que al dividir la mayor entre la menor se obtenga de cociente 7 y el resto de 20.

El objetivo de esta actividad de la Olimpiada Matemática Argentina es hacer la versión literaria de la solución de problemas propuestos.

Valor de este ejemplar \$ 12.-